12. $\int \frac{5e^x}{2-e^x} dx$

~~$u=x$ $du=dx$~~

$u = 2-e^x \quad du = -e^x dx$

$= 5(-1) \int \frac{-e^x}{2-e^x} dx$

$= -5 \int \frac{1}{u} du$

$= -5 \ln|u| + C$

$= \boxed{-5 \ln|2-e^x| + C}$

13. $\int \frac{7x^2 - x + 3}{x} dx$

$= \int \frac{7x^2}{x} - \frac{x}{x} + \frac{3}{x} dx$

$= \int 7x - 1 + \frac{3}{x} dx$

$= \int 7x \, dx - \int 1 \, dx + \int \frac{3}{x} dx$

$= \frac{7x^2}{2} - 1 \cdot x + 3 \int \frac{1}{x} dx$

$= \boxed{\frac{7}{2}x^2 - x + 3 \ln|x| + C}$

14. $\int \frac{e^{7x} + 2e^{5x} - e^x}{e^{5x}} dx$

RECALL: $\frac{x^5}{x^2}$

$= \int \frac{e^{7x}}{e^{5x}} + \frac{2e^{5x}}{e^{5x}} - \frac{e^x}{e^{5x}} dx$

$= \int \left(e^{2x} + 2 - e^{-4x} \right) dx$

$= \int e^{2x} dx + \int 2 \, dx - \int e^{-4x} dx$

$u = 2x \quad du = 2 \, dx \qquad\qquad w = -4x \quad dw = -4 \, dx$

$= \frac{1}{2} \cdot \int 2e^{2x} dx + 2x - \left(-\frac{1}{4}\right) \int -4 e^{-4x} dx$

$= \frac{1}{2} \int e^u du + 2x + \frac{1}{4} \int e^w dw$

$= \frac{1}{2} e^u + 2x + \frac{1}{4} e^w + C$

$= \boxed{\frac{1}{2} e^{2x} + 2x + \frac{1}{4} e^{-4x} + C}$